

剛性率 (Rigidity) C-31

目的

振り子の周期を測定する事により針金の剛性率を求めるものであります。

理論

針金に質量 M の剛体を吊し、針金を軸として回転運動させるとき、剛体の慣性率を I 、捻ひの角を θ 、とすると、これに働く力のモーメントは

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \text{ で表わされ、}$$

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = R \theta \quad (R \text{ は比例定数})$$

すなわち単振動であるからその周期 T は、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{R}}$$

いま針金の長さを l 、半径 r 、その材質の剛性率を n とすれば $R = \frac{\pi n r^4}{2l}$ でありますから、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2lI}{\pi n r^4}}$$

したがって求める剛性率 n 次の式から求められます。

$$n = \frac{8\pi l I}{r^4 T^2}$$

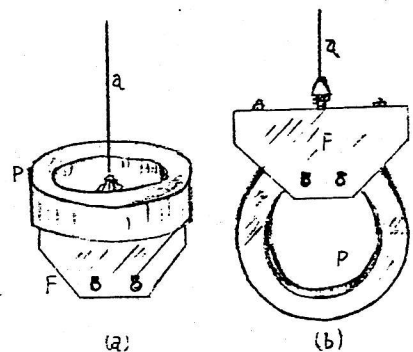
装置

振り子 (振り剛性試験器)
針金、マイクロメータ、巻尺。

実験方法

1. 装置の構造

振り子は右図のように上端を固定した針金の下端に金属製の棒 P を吊し、この棒に金属円環 F を水平位置 (a) または鉛直位置 (b) に掛けられるおにっています。



2. 取扱法

上はFとPとが組合わされた剛体の慣性能率で直接に測定することは困難でありますから、前ページに示したように、円環Pを水平、垂直にした各々の場合について振り振動の周期 T_1, T_2 を測定します。

円環を水平および垂直にした場合の軸に対する慣性能率を I_1 、および I_2 とし、棒Fのみの慣性能率を I_0 とすれば、

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2}{R} (I_0 + I_1), \quad T_2^2 = \frac{4\pi^2}{R} (I_0 + I_2)$$

$$\therefore T_1^2 - T_2^2 = \frac{4\pi^2}{R} (I_1 - I_2) = \frac{8\pi l}{R^2} (I_1 - I_2)$$

したがって剛性率 n は

$$n = \frac{8\pi l}{R^2} \cdot \frac{I_1 - I_2}{T_1^2 - T_2^2}$$

から算出されます。ここに円環Pの質量を M 、内半径をそれぞれ b, c 、厚さを d とすれば、その慣性能率 I_1, I_2 は、

$$I = M \frac{b^2 + c^2}{2}, \quad I = M \left(\frac{b^2 + c^2}{4} + \frac{d^2}{12} \right)$$

として与えられますから、求める n は、

$$n = \frac{8\pi l}{R^2} \cdot \frac{M \frac{b^2 + c^2}{4} - \frac{d^2}{12}}{T_1^2 - T_2^2}$$

3. 実験方法

長さ約2mの針金の上端を固定し、その下端に吊した棒Fに円環Pを水平にのせ、これを約90°ねじって振動させます。

そしてFの適当な目印が一定方向に通過する時刻を t_0 として、それ以後10振動ごとに時刻を読みとり、これを90回まで続けてその読みを $t_1, t_2, \dots, t_{10}$ とし、次に円環Pの位置を垂直になるようにFにかけて同様のねじり振動を行わせ、10回ごとの時刻の読みを $t'_0, t'_1, \dots, t'_{10}$ とします。

以上の測定が終わったら、針金の長さ l を巻尺で測り、また円環Pの内外の直径 $2b, 2c$ および厚さ d をcalliperで測り、円環の質量 M もgramの精度で秤つておきます。針金の直径はwire gaugeを用いて数箇所につき精密に測定します。

4 測定例

(1) 錘が水平の時 T_1

回数	時刻(1)	回数	時刻(2)	50周期(2)-(1)
0	0	50	9.15.6	9m 15.6 sec
10	1.50.8	60	11.06.9	9 16.1
20	3.42.2	70	12.58.1	9 15.9
30	5.33.1	80	14.49.5	9 16.0
40	7.24.3	90	16.40.8	9 16.5

$$50 T_1 = 45.1 \text{ sec}$$

$$T_1 = 11.12 \text{ sec}$$

(2) 錘が垂直の場合

回数	時刻(1)	回数	時刻(2)	50周期(2)-(1)
0	0	50	6.50.4	6m 50.4 sec
10	1.22.3	60	8.12.5	6 50.2
20	2.44.2	70	9.34.3	6 50.1
30	4.06.3	80	10.56.4	6 50.1
40	5.28.0	90	12.18.6	6 50.6

$$50 T_2 = 410.24 \text{ sec}$$

$$T_2 = 8.25 \text{ sec}$$

結果の計算

測定値として次の値が得られた。

T_1	錘が水平の時の周期	11.12 sec
T_2	錘が垂直の	8.25 sec
l	針金の長さ	132.2 cm
a	針金の径	0.51 mm
M	錘の質量	2978 g
b	内半径	6.49 cm
c	外半径	9.45 cm
d	厚さ	284 cm

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{8\pi l M}{a^4} \times \frac{\frac{b^2 + c^2}{4} - \frac{d^2}{12}}{T_1^2 - T_2^2} \\
 &= \frac{8 \times 3.142 \times 132.2 \times 2978}{(0.51)^4} \times \frac{\frac{(6.49)^2 + (9.45)^2}{4} - \frac{(284)^2}{12}}{(11.12)^2 - (8.25)^2} \\
 &= 256 \times 10^{10}
 \end{aligned}$$

結果、針金の剛性率 $n = 256 \times 10^{10} \text{ dyne/sec}$